

EJERCICIO 1

BLOQUE A

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix}$.

- a) (0.7 puntos) Determine para qué valores del parámetro a , la matriz A tiene inversa.
 b) (1 punto) Para $a = 1$, calcule la inversa de A .
 c) (0.8 puntos) Para $a = 1$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X = B^t$, siendo $B = (0 \ 1 \ -1)$.

$$a) |A| \neq 0; |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & a \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 0 - 8 - a = 0 \rightarrow \boxed{a = -8}$$

Si $a \neq -8 \rightarrow A$ tiene inversa.

$$A^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}}{-9}$$

$$b) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad |A| = -8 - 1 = \underline{\underline{-9}}$$

$$A^{-1} = \frac{(\text{adj} A)^t}{|A|}; \quad \begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix} \quad \text{Adj} A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}; (\text{adj} A)^t = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$c) AX = B^t$$

$$\underbrace{A^{-1}A}_I X = A^{-1}B^t$$

$$X = A^{-1} \cdot B^t = \begin{pmatrix} \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{5}{9} \\ \frac{-2}{9} & \frac{5}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{9} \\ \frac{-1}{9} \\ \frac{3}{9} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{9} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

